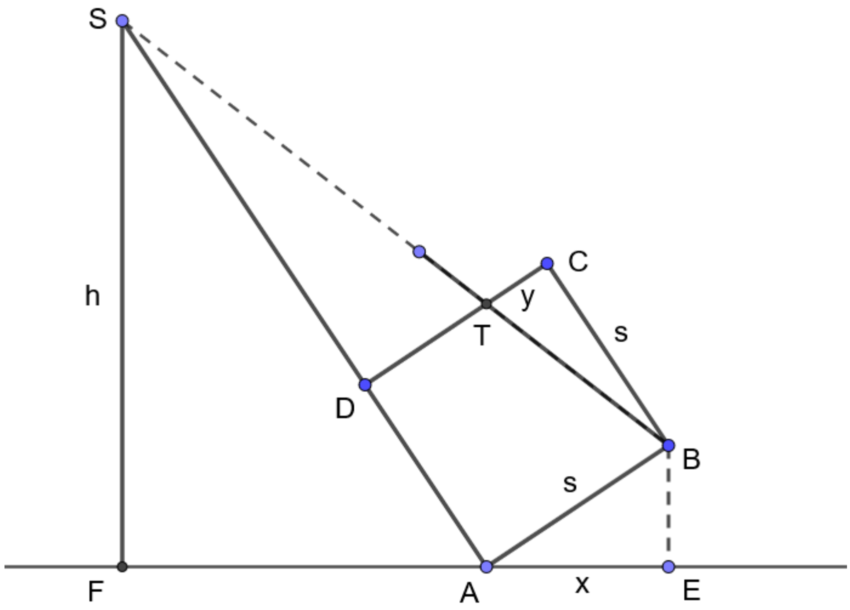
Anbei ein Weg zur Berechnung des Erdradius hier frei nach Al-biruni

Um die Höhe h eines aus einer Ebene aufragenden Berges zu bestimmen, hatte der geniale choresmische Gelehrte Al-biruni (973 bis 1048 n.Chr.) das folgende Verfahren gewählt. Ein aus Stangen gefertigtes Quadrat $ABCD$ mit der Seitenlänge s wird mit dem Eckpunkt A so auf die Ebene AF gestellt, dass die Verlängerung der Seite AD zur Bergspitze S weist.



Bezeichnet man den Fußpunkt des Lotes von B auf die Ebene mit E, dann sind ASF und BAE ähnliche Dreiecke und es gilt mit $x := |\overline{AE}|$

$$\frac{|\overline{FS}|}{|\overline{AS}|} = \frac{|\overline{AE}|}{|\overline{AB}|} \quad \text{bzw.} \quad h = \frac{x}{s} \cdot |\overline{AS}|$$

Eine weitere in der Ecke B drehbar angebrachte Stange die länger ist als die Diagonale des Quadrates wird nun gleichfalls zum Berggipfel hin gerichtet. Dabei schneidet sie die Strecke CD im Punkt T und erzeugt so die beiden ähnlichen Dreiecke ABS und CTB. Bezeichnet man die Länge von $\overline{CT}$ mit y so gilt

$$\frac{|\overline{AS}|}{|\overline{AB}|} = \frac{|\overline{BC}|}{|\overline{CT}|} \quad \text{bzw.} \quad |\overline{AS}| = \frac{s^2}{y}$$

Also folgt für die Höhe des Berges

$$h = \frac{x}{y} \cdot s$$

Da die Länge s durch die Konstruktion des Quadrates vorgegeben ist, braucht man nur die zwei Messwerte x und y um die Höhe h errechnen zu können.

Beispiel *Wenn die Seitenlänge eines Quadrates* $8\,\mathrm{m}$ *beträgt und für* x *und* y $6\,\mathrm{m}$ *bzw.* $2\,\mathrm{cm}$ *gemessen werden, dann folgt* $h = \frac{x}{y} \cdot s = \frac{6\,\mathrm{m}}{2\,\mathrm{cm}} \cdot 8\,\mathrm{m} = 2.4\,\mathrm{km}$.

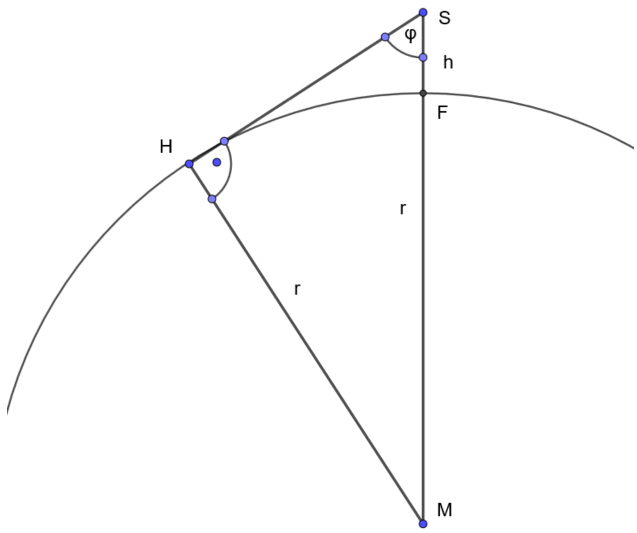
Die Bergeshöhen werden i. A. auf die Meereshöhe bezogen. Dieser Link "https://www.swissinfo.ch/ger/meereshoehe-ist-nicht-gleich-meereshoehe/4262684" sollte aber zum vorsichtigen Umgang mit den Höhenangaben gemahnen. Für die in Text

01 erwähnte Pfarrerin wäre ein küstennaher Zweitausender zur Bestimmung des Erdradius nach Al-biruni gut geeignet, auch könnte sie endlich England sehen. Man könnte sich ja einen Berg von $2400\,\mathrm{m}$ Höhe dort am Meer aufgeschüttet denken. Etwas gigantischeres konnte sich schon *Heinz Erhardt* vorstellen. Er reimte die folgenden Zeilen:

Der Berg

Hätte man sämtliche Berge der ganzen Welt
zusammengetragen und übereinandergestellt,
und wäre zu Füßen dieses Massivs
ein riesiges Meer, ein breites und tiefs,
und stürzte dann unter Donnern und Blitzen
der Berg in dieses Meer – – – na, das würd spritzen!

Die nachstehende Skizze zeigt den Erdmittelpunkt M, die Bergspitze S und den Bergfußpunkt F. Wenn sie nun über den Berggipfel hin einen Punkt H am Horizont zwischen Himmel und Meer anvisiert, dann kann sie den Winkel $\varphi := HSM$ messen.



Mit der Skizze folgt

$$\sin\varphi = \frac{r}{r+h} \quad \text{bzw.} \quad r = \frac{\sin\varphi}{1-\sin\varphi}\cdot h$$

und weiter mit $\varphi = 88.4237°$ und $h = 2.4\,\mathrm{km}$ erhält man für den Erdradius $r = \frac{\sin\varphi}{1-\sin\varphi}\cdot 2.4\,\mathrm{km} \approx 6339.745\,\mathrm{km}$ und für den Erdumfang $U \approx 39833.8\,\mathrm{km}$.

Bemerkungen:

- In einer mündlichen Prüfung sollten Sie den hier vorgestellten Gedankengang von Al-biruni wiedergeben können.
- Hier ein Link zu Al-biruni mit weiteren Literaturhinweisen "https://www.spektrum.de/magazin/al-biruni-ein-gelehrter-den-das-abendland-uebersah/827575"